초중고급 올림피아드 수학

올림피아드 고득점을 위한

조합론 강의 풀이집

지은이 신 동 관

°o°o°o°o°o 목 차 o°o°o°o°o°

올림피아드 조합론 강의

제 1단원. 조합의 원리와 기법

제1장 대응의 원리와 문제 해결의 전략

1절. 대응의 원리

1) 풀이 6×4의 격자점에서의 최단 이동경로는 5개의 0과 3개의 1로 나타낼 수 있다. 8자리의 이진수열에서 1의 위치의 가능한 경우의 수는 $\binom{8}{3}=56$가지 있다.

2) 풀이 A를 조건을 만족하는 집합의 집합이라 하자. 이제
$X=\{1,2,3,\cdots,n-k+1\}$라 하고 B를 X에서 k개의 원소를 선택해서 만들어낸 집합의 집합이라 하고, A에서 B로의 전단사 함수를 만들면 증명이 완료된다.
A의 임의의 원소 $S=\{e_1,e_2,e_3,\cdots,e_k\}$, $e_1<e_2<\cdots<e_k$에 대하여

$$f(S)=\{e_1,e_2-1,e_3-2,\cdots,e_k-(k-1)\}$$

라 정의하면, $f(S)$의 모든 원소는 같은 것이 없다. 따라서 $f(S)\in B$이고, f는 A에서 B로의 일대일(단사) 함수이다. 이제, f가 전사함수임을 보이자.
B의 임의의 원소 $T=\{t_1,t_2,t_3,\cdots,t_k\}$에 대해 $S=\{t_1,t_2+1,t_3+2,\cdots,t_k+(k-1)\}$를 생각하면, S는 A의 원소이고, 정의에 의하여 $f(S)=T$이다.◇