

초**중** 고급 올림피아드 수학

올림피아드 고득점을 위한  
조합론 강의 풀이집

지은이 신 동 관



# °°°°°°°°°° 목 차 °°°°°°°°°°

<b>제 1단원. 조합의 원리와 기법</b>	.....	p005
제1장 대응의 원리와 문제 해결의 전략	.....	p007
제2장 비둘기 집의 원리	.....	p020
제3장 순열과 조합, 이항계수	.....	p025
제4장 포함과 배제의 원리	.....	p030
제5장 점화식	.....	p033
제6장 생성함수	.....	p035
제7장 조합 논리와 그래프이론	.....	p039
<b>제 2단원. 순열, 조합, 이항계수</b>		
제1장 경우의 수	.....	p047
제2장 순열	.....	p059
제3장 조합	.....	p074
<b>제 3단원. 점화식</b>	.....	p093
제1장 기본적인 점화식	.....	p095
제2장 특별한 점화식	.....	p121
<b>제 4단원. 포함과 배제의 원리와 비둘기 집의 원리</b>	.....	p143
제1장 포함과 배제의 원리	.....	p145
제2장 비둘기집의 원리	.....	p157

제 5단원. 대응의 원리와 푸비니의 원리	.....	p171
제1장 대응의 원리	.....	p173
제2장 푸비니의 원리	.....	p176
제 6단원. 그래프 이론의 기초와 활용	.....	p187
제1장 그래프의 기본성질	.....	p189
제2장 그래프의 활용	.....	p203
제 7단원. 생성함수	.....	p219
제1장 일반생성함수	.....	p220
제2장 지수생성함수	.....	p230
제3장 생성함수의 활용	.....	p233
제 8단원. 여러 가지 조합 논리	.....	p245
제1장 조합적 집합론	.....	p247
제2장 조합 항등식과 부등식	.....	p264
제3장 조합 기하와 조합 설계	.....	p275
풀이와 해설 (별책으로 구성)	.....	p294

# 올림피아드 조합론 강의

## 제 1단원. 조합의 원리와 기법

제1장 대응의 원리와 문제 해결의 전략 ..	p007
└1절. 대응의 원리 .....	p007
└2절. 여러 가지 문제 해결의 전략 .....	p009
제2장 비둘기 집의 원리 .....	p020
└1절. 존재성의 원리 .....	p020
└2절. 램지의 정리 (Ramsey's Theorem) .....	p022
└ 연 습 문 제 .....	p023
제3장 순열과 조합, 이항계수 .....	p025
└1절. 경우의 수 - 합의 법칙과 곱의 법칙.....	p025
└2절. 순열 .....	p026
└3절. 조합 .....	p027
└4절. 이항계수 .....	p028
제4장 포함과 배제의 원리 .....	p030
└1절. 포함과 배제의 원리 .....	p030
└2절. 교란순열(Derangement)의 수 .....	p032
제5장 점화식 .....	p033
제6장 생성함수 .....	p035
제7장 조합 논리와 그래프이론 .....	p039
└ 연 습 문 제 .....	p042

## 제1장 대응의 원리와 문제 해결의 전략

### 1절. 대응의 원리

1) **풀이**  $6 \times 4$ 의 격자점에서의 최단 이동경로는 5개의 0과 3개의 1로 나타낼 수 있다. 8자리의 이진수열에서 1의 위치의 가능한 경우의 수는  $\binom{8}{3} = 56$ 가지 있다.

2) **풀이**  $A$ 를 조건을 만족하는 집합의 집합이라 하자. 이제

$X = \{1, 2, 3, \dots, n-k+1\}$ 라 하고  $B$ 를  $X$ 에서  $k$ 개의 원소를 선택해서 만들어낸 집합의 집합이라 하고,  $A$ 에서  $B$ 로의 전단사 함수를 만들면 증명이 완료된다.

$A$ 의 임의의 원소  $S = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_k\}$ ,  $e_1 < e_2 < \dots < e_k$ 에 대하여

$$f(S) = \{e_1, e_2 - 1, e_3 - 2, \dots, e_k - (k-1)\}$$

라 정의하면,  $f(S)$ 의 모든 원소는 같은 것이 없다. 따라서  $f(S) \in B$ 이고,  $f$ 는  $A$ 에서  $B$ 로의 일대일(단사) 함수이다. 이제,  $f$ 가 전사함수임을 보이자.

$B$ 의 임의의 원소  $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_k\}$ 에 대해  $S = \{t_1, t_2 + 1, t_3 + 2, \dots, t_k + (k-1)\}$ 를 생각하면,  $S$ 는  $A$ 의 원소이고, 정의에 의하여  $f(S) = T$ 이다.  $\diamond$