

# 중등심화수학 기하 - 중



올림피아드 수학원  
신샘수학교실 T. 439-4312

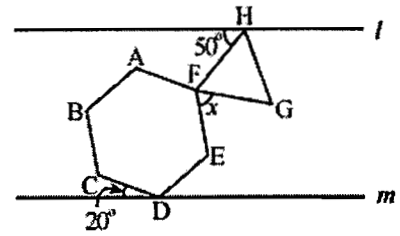


§1. 기본도형

[예제 1.] 각

오른쪽 그림과 같이 정육각형 ABCDEF와 정삼각형 FGH가 점 F에서 만나고 있다. 이 때, 두 직선  $l$ 과  $m$ 이 서로 평행이면, 각 EFG의 크기는 몇 도( $^{\circ}$ )인가?<sup>1)</sup>

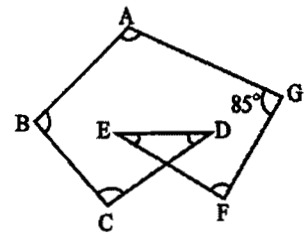
[2002학년도 전반기 중2, 2점]



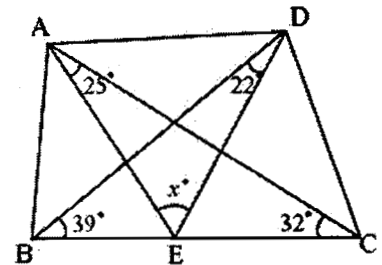
2. 오른쪽 그림에서,  $\angle G$ 의 크기가  $85^{\circ}$ 일 때,

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 의 크기는 몇 도인가?<sup>2)</sup>

[2000학년도 전반기 중2, 3점]

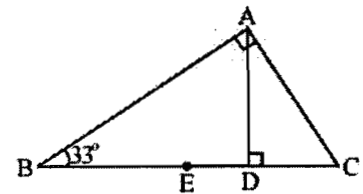


3. 오른쪽 그림과 같은 사각형 ABCD에서  $\angle AED$ 의 크기는 몇 도( $^{\circ}$ )인가?<sup>3)</sup> [2001학년도 전반기 중2, 2점]



4. 오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC의 꼭지점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고,  $\overline{BC}$ 의 중점을 E라고 하자.  $\angle B = 33^{\circ}$ 일 때,  $\angle EAD$ 의 크기는 몇 도( $^{\circ}$ )인가?<sup>4)</sup>

[2001년 후기 KMC 중2, 3점]

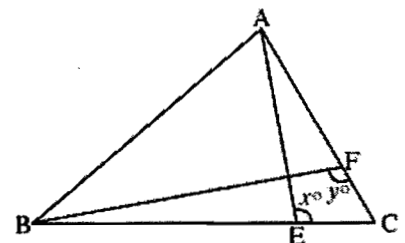


5. 오른쪽 그림의  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AE}$ ,  $\overline{BF}$ 는 각각  $\angle A$ 와  $\angle B$ 를 다음과 같이 나눈다.

$$\angle BAE : \angle CAE = 3 : 1, \quad \angle ABF : \angle CBF = 3 : 1,$$

$\angle C = 60^{\circ}$ 일 때,  $x + y$ 의 값은 얼마인가?<sup>5)</sup>

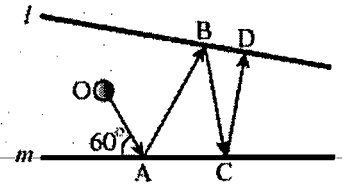
[제8회 KMC 중2, 3점]



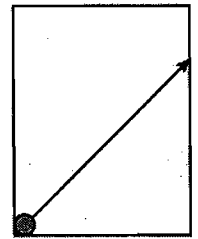


[예제 6.] 반사각

오른쪽 그림과 같이, 두 벽면  $l$ 과  $m$  사이의 지점  $O$ 에서 벽면  $m$ 과  $60^\circ$ 의 각을 이루도록 공을 던졌더니,  $A, B, C, D$  지점을 거쳐서 다시 같은 경로를 따라 지점  $O$ 로 되돌아 나왔다. 이 때, 두 벽면  $l$ 과  $m$ 이 이루는 각의 크기는 몇 도( $^\circ$ )인가? (단, 공이 벽면에 던져질 때의 입사각과 튀어나올 때의 반사각은 같으며, 마찰은 무시한다.)<sup>6)</sup> [2002학년도 전반기 중2, 5점]

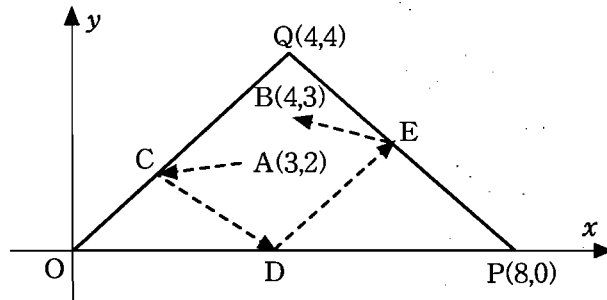


7. 가로가 100 cm이고 세로가 130 cm인 직사각형 모양의 당구대의 한 꼭지점에서 45도 방향으로 당구공을 굴렸다. 이 당구공이 저항을 받지 않고 한없이 구를 수 있다고 할 때, 다른 꼭지점에 처음으로 도달하는 것은 당구대의 변을 몇 번 맞춘 뒤인가? (단, 당구대의 변에 맞은 공은 입사각과 반사각이 같게 튀어나간다.)<sup>7)</sup> [2004학년도 전반기 중2, 3점]



8. 아래 그림과 같이 삼각형  $OPQ$ 의 내부에 두 점  $A(3,2)$ 와  $B(4,3)$ 이 있다.  $A$ 점을 출발하여 변  $OQ$ 위의 점  $C$ , 변  $OP$ 위의 점  $D$ , 변  $PQ$ 위의 점  $E$ 를 지나 점  $B$ 에 이르는 최단거리는?<sup>8)</sup>

[2004 시 경시, 3.7점]



- ①  $2\sqrt{14}$
- ②  $\sqrt{58}$
- ③  $\sqrt{62}$
- ④  $2\sqrt{17}$
- ⑤  $6\sqrt{2}$

9.  $\angle BA_0C = 14^\circ$  인 두 반직선  $A_0B, A_0C$  위에 다음과 같이 점  $A_1, A_2, \dots$ 를 찍는다 :

- (i) 먼저 점  $A_1$ 을 반직선  $A_0B$  위에 임의로 찍는다. 단,  $A_0 \neq A_1$  ;
- (ii)  $n \geq 2$  에 대하여 점  $A_{n-1}$  이 반직선  $A_0B$  위에 있으면 점  $A_n$  을 반직선  $A_0C$  위에, 그리고 점  $A_{n-1}$  이 반직선  $A_0C$  위에 있으면 점  $A_n$  을 반직선  $A_0B$  위에  $A_{n-2}A_{n-1} = A_{n-1}A_n$  되도록 찍는다.  $A_1, A_2, \dots, A_n$  이 모두 서로 다르다고 할 때, 점  $A_n$  을 찍을 수 있는  $n$  의 최대값을 구하라.<sup>9)</sup>

[KMO99-제13회 중등부 오후]

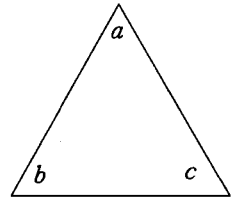


[예제 10.] 삼각형

정삼각형의 세 꼭지점에 그림과 같이 자연수  $a, b, c$  세 수를 다음과 같은 규칙으로 배열한다.

$$1 \leq a \leq b \leq c \leq 6$$

이렇게 만들어진 서로 다른 수가 쓰여진 정삼각형은 모두 몇 개인가?  
(단, 돌려 놓거나 대칭이동해서 같아지는 것들은 하나로 본다.)<sup>10)</sup>



[1991년 전반기 KMC 중3, 2점]

11. 세 변의 길이가 모두 7 이하인 자연수로 된 삼각형은 모두 몇 개인가?<sup>11)</sup>

[2001년 전반기 KMC 중3, 3점]

12. 둘레의 길이가 35cm인 삼각형 ABC에서  $\overline{AB}$ 는  $\overline{AC}$ 보다 2cm 더 길고,  $\overline{BC}$ 는  $\overline{AC}$ 보다 3cm 더 짧다고 한다. 이 때,  $\overline{BC} = a\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = b\text{cm}$ ,  $\overline{AB} = c\text{cm}$ 일 때,  $a \times b - c$ 의 값은 얼마인가?<sup>12)</sup>

[2001학년도 전반기 중2, 2점]

13.  $a, b, c$ 가 삼각형의 세 변의 길이라고 할 때,  $(a^2 + b^2 + c^2)^2 > 2(a^4 + b^4 + c^4)$  이 성립함을 보여라.<sup>13)</sup> [1997 도 경시]

14. 크기가 같은 성냥개비 10개를 사용하여 3개의 선분을 만들 때, 이들 선분이 삼각형을 이룰 확률을  $p$ 라 하자.  $100p$ 의 값은 얼마인가?<sup>14)</sup> [2000학년도 후기 KMC 중2, 3점]

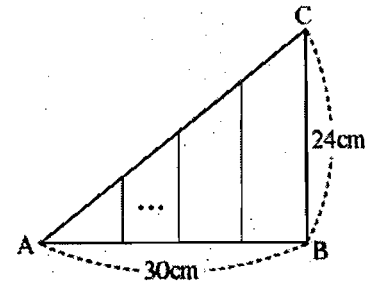




[예제 15.] 삼각형의 넓이

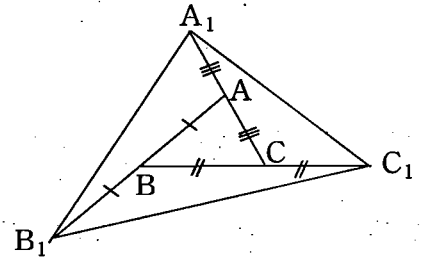
오른쪽 그림과 같이 밑변이 30cm이고 높이가 24cm인 직각삼각형 ABC의 내부에 밑변에 수직인 선분을 그려서 새로운 직각삼각형을 만든다. 이 때, 밑변의 길이와 높이가 모두 자연수인 새로운 직각삼각형의 넓이의 합은 몇  $cm^2$ 인가?<sup>15)</sup>

[2002학년도 전반기 중2, 4점]



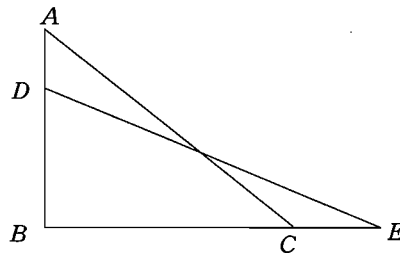
16. 오른쪽 그림과 같이  $\triangle ABC$ 의 각 변의 길이를 각각 2배로 연장하여 만든  $\triangle A_1B_1C_1$ 의 넓이는  $\triangle ABC$ 의 넓이의 몇 배인지 구하면?<sup>16)</sup> [제6회 성대 중2, 3점]

- ① 4배                      ② 5배                      ③ 6배
- ④ 7배                      ⑤ 9배



17. 어떤 삼각형에서 밑변의 길이는 25% 늘이고 높이는  $x\%$  줄였더니 넓이의 변화가 없었다.  $x$ 의 값은 얼마인가?<sup>17)</sup> [2002학년도 전반기 중2, 2점]

18. 아래 그림과 같이 변 AB와 변 BC의 길이가 모두  $a$ 이고,  $\angle B$ 가 직각인 삼각형 ABC의 넓이를  $S_1$ 이라 하자. 그리고 변 AB의 길이를 3만큼 줄여 D점을 잡고, 변 BC의 길이를 3만큼 늘려 점 E를 잡아 삼각형 DBE를 만들어 그 넓이를  $S_2$ 라 하자. 이 때,  $S_1$ 과  $S_2$ 의 관계로 옳은 것은? (단  $a > 3$ )<sup>18)</sup> [2004 시 경시, 2.5점]



- ①  $S_1 = S_2$               ②  $S_2 = S_1 + 3$               ③  $S_2 = S_1 - 3$               ④  $S_2 = S_1 + 4.5$               ⑤  $S_2 = S_1 - 4.5$



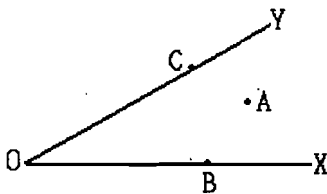
[예제 19.] 삼각형의 성질과 응용

삼각형  $ABC$ 의 꼭지각  $A, B, C$ 의 대변의 길이를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $b < \frac{1}{2}(a+c)$

이면,  $\angle B < \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$  임을 증명하여라.<sup>19)</sup> [1998 시 경시]

20. 둘레의 길이가 24cm인 삼각형의 내부에 서로 다른 두 점을 잡아 연결한 선분의 길이를  $a$ 라 할 때,  $a$ 값의 범위를 구하여라.<sup>20)</sup> [제6회 성대 중2, 4점]

21.  $\angle XOY$ 의 내부에 한점  $A$ 가 있다. 이 때, 변  $OX, OY$  위에 각각 점  $B, C$ 를 잡아서  $\triangle ABC$ 를 만들 때, 그 둘레의 길이가 최소가 되는 점  $B, C$ 를 구하시오.<sup>21)</sup> [1993 전국 경시]



22.  $\angle XOY$ 는 예각이다. 이 안에 점  $A$ 를 잡고  $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 평행선을 그어  $\overline{OX}, \overline{OY}$ 와의 교점을 각각  $B, C$ 라 한다. 그리고,  $\overline{OB} < \overline{OD}, \overline{OC} < \overline{OE}$ 가 되는 점  $D, E$ 를 잡고,  $\overline{CD}, \overline{BE}$ 의 교점을  $F$ 라 할 때,  $\square BOCF$ 와  $\square AEFD$ 의 넓이가 같음을 증명하여라.<sup>22)</sup>

[1996 시 경시]

