

**중등심화수학**

**대수 - 상**



**올림피아드 수학원**  
**신샘수학교실 T. 439-4312**



# 1. 집합과 원소

## 1. 집합과 원소

- (1) 집합 : 어떤 주어진 조건에 의하여 그 대상을 분명히 알 수 있는 것들의 모임
- (2) 원소 : 집합을 이루고 있는 대상 하나 하나
- (3) 원소의 표현
  - ①  $a \in A$  :  $a$ 는 집합  $A$ 의 원소이다.
  - ②  $b \notin A$  :  $b$ 는 집합  $A$ 의 원소가 아니다.

## 2. 집합의 표시방법

- (1) 원소 나열법 : 집합에 속하는 모든 원소를 {}안에 일일이 나열하는 방법
- (2) 조건 제시법 : 집합을 이루는 원소의 조건을 제시해서 나타내는 방법

## 3. 집합의 종류

- (1) 유한 집합 : 집합을 이루고 있는 원소의 개수가 유한 개인 집합  
 $\Rightarrow$  유한 집합  $A$ 의 원소의 개수는  $n(A)$ 로 나타낸다.
- (2) 무한 집합 : 집합을 이루고 있는 원소의 개수가 무한히 많은 집합
- (3) 공집합 ( $\emptyset$ ) : 원소가 하나도 없는 집합  
 $\Rightarrow n(\emptyset) = 0$

## 4. 부분 집합

- (1)  $A$ 는  $B$ 의 부분 집합 ( $A \subset B$  또는  $B \supset A$ ) : 집합  $A$ 의 모든 원소가 집합  $B$ 에 속한다.
- (2)  $A$ 와  $B$ 는 서로 같다. ( $A=B$ ) :  $A \subset B$  이고,  $B \subset A$ 이다.
- (3) 진부분집합 ( $A \subset B$  이고  $A \neq B$ ) :  $A$ 는  $B$ 의 부분집합이지만 상등은 아니다.

## 5. 유한 집합 $A$ 의 원소의 개수 $n(A)=k$ 일 때,

- 부분집합의 개수 :  $2^k$ (개)
  - 진부분집합의 개수 :  $2^k - 1$ (개)
- 공집합은 모든 집합의 부분집합이다. 또 모든 집합은 자신의 부분집합이다.

## §1. 집합의 뜻과 부분집합

## [예제 1.] 집합의 연산에 관한 정의

두 집합  $A=\{0, 1, 2, 3, 4\}$ 와  $B=\{1, 2, 3\}$ 에 대하여

$A*B=\{z \mid z=x \times y, x \in A, y \in B\}$ 라고 약속할 때,  $A*B$ 를 구하여라.1)

[제4회 성균관대 중1, 2점]

2. 두 집합  $A=\{1, 2, 3\}$ ,  $B=\{1, 2\}$ 에 대하여  $A \cdot B = \{x \mid x=3 \times a + b, a \in A, b \in B\}$ 로 정의할 때,  $A \cdot B$ 의 모든 원소들의 합은 얼마인가?2) [2001전기 KMC 중2, 2점]

3. 자연수 전체의 집합  $N$ 의 두 부분집합  $A=\{3x \mid x \in N\}$ ,  $B=\{5x \mid x \in N\}$ 에 대하여 연산  $\star$ 를

$$A \star B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$$

로 정의할 때, 집합  $N - (A \star B)$ 의 모든 원소의 합을 구하면?3) [제7회 성균관대 중1, 4점]

① 28

② 37

③ 47

④ 59

⑤ 74



**[예제 4.] 집합과 원소의 관계**

$a \in A$  이면  $\frac{1}{1-a} \in A$  이다.(단,  $A \neq \emptyset$ )을 만족하는 집합  $A$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.4)

[1992 학교경시]

(1) 2가  $A$ 의 원소일 때 집합  $A$ 를 구하여라.

(2)  $a \in A$  이면  $1 - \frac{1}{a} \in A$  임을 보여라.

**5.** 다음 조건으로 정해지는 집합  $A$ 의 원소들의 곱은 얼마인가?5) [KME, 5회 기출]

(1)  $\frac{2}{3} \in A$

(2)  $x \in A$  이면  $\frac{1+x}{1-x} \in A$

**6.** 5개의 정수로 이루어진 집합  $S$ 가 있다.  $S$ 의 서로 다른 두 원소의 합이 다음과 같을 때, 집합  $S$ 의 원소의 합은 얼마인가?6) [2002년 전기 KMC 중2, 4점]

23, 28, 29, 30, 31, 34, 35, 36, 40, 42



[예제 7.] 부분집합의 개수

다음 조건을 만족시키는 집합  $X$ 는 모두 몇 개인가?<sup>7)</sup>

$$\{a, b\} \subseteq X \subseteq \{a, b, c, d, e, f\}$$

8. 집합  $A = \{a, b, c, d, e\}$ 와  $B = \{a, b\}$ 에 대하여  $A$ 의 부분집합 중  $B$ 를 포함하는 집합의 개수는 얼마인가?<sup>8)</sup> [제2회 KMC 중1, 2점]

9. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 소수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 집합  $A$ 의 부분집합 중 집합  $B$ 의 원소를 적어도 하나 포함하는 부분집합의 개수는?<sup>9)</sup> [제6회 성균관대 중1, 2점]

- ① 32개                      ② 48개                      ③ 64개                      ④ 96개                      ⑤ 128개

10. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합으로서 다음 <조건>을 만족시키는 집합의 원소들의 총합은 얼마인가?<sup>10)</sup>[2001년 KMC 중1, 4점]

<조건>

(1) 원소 1과 2를 모두 포함한다.  
 (2) 원소 3은 포함하지 않는다.  
 (3) 원소의 개수가 4이다.

11. 집합  $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$ 의 부분집합 중 원소가 3의 배수로만 되어 있는 것은 몇 개인가?<sup>11)</sup> [KME, 5회 기출]





**[예제 12.]** 멱집합

집합  $A$ 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합을  $2^A$ 로 나타내기로 하자. 예를 들면,  $A=\{1, 2\}$ 에 대하여,  $2^A=\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 이다. 집합  $A$ 의 원소가 4개일 때, 집합  $2^A$ 의 원소의 개수를 구하면?<sup>12)</sup> [제5회 성균관대 중2, 2점]

- ① 4개                      ② 8개                      ③ 12개                      ④ 16개                      ⑤ 20개

**13.** 세 개의 원소로 된 집합  $A=\{a, b, c, d\}$ 에서 조건  $X\subset Y\subset A$ 를 만족하도록 집합  $X, Y$ 를 만들 때, 모든 경우의 수를 구하시오.<sup>13)</sup> (1991 학교 경시)

**14.** 두 정수  $a$ 와  $b$ 의 차가 0 또는 6의 배수일 때,  $a\equiv b$  또는  $b\equiv a$ 로 나타내기로 하자. 집합  $S=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합  $A=\{x|x^2\equiv x\}$ 와  $B=\{x|7x\equiv 1\}$ 에 대하여  $B\subset X\subset A$ 를 만족시키는 집합  $X$ 는 모두 몇 개인가?<sup>14)</sup> [제8회 KMC 중1, 4점]

**15.** 집합  $U=\{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$ 에서 3개의 원소를 가지는 부분집합들을 차례로  $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ 이라 하고, 이들 각각의 집합 중 최소의 원소를  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ 이라 한다. 이 때,  $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n$ 의 값을 구하여라.<sup>15)</sup> [1998 학교경시]

Lined area for student response, consisting of approximately 35 horizontal lines.

