2. 삼각형

702. 내각의 크기가 모두 같은 육각형 $ABCDEF$에서 $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{EF}+\overline{DE}$임을 증명하여라.

703. 세 변의 길이가 연속한 자연수이고, 둘레의 길이가 100을 넘지 않는 예각삼각형의 개수를 구하여라.

704. $\triangle ABC$의 세 변의 길이의 제곱의 비가 $1:2:3$이다. 다음 중 옳은 것은 ?
① 두 수선이 서로 수직이고, 수직인 두 중선은 없다.
② 두 중선이 서로 수직이고, 수직인 두 수선은 없다.
③ 두 수선이 서로 수직이고, 두 중선이 서로 수직이다.
④ 수직인 두 수선과 두 중선은 없다.

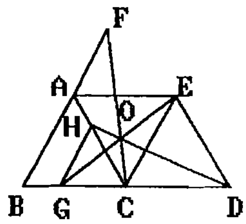
705. $\triangle ABC$에서 $\angle CAB-\angle B=90°$ 이고, $\angle C$의 이등분선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 M, $\angle C$의 외각의 이등분선이 $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 N이라 할 때, $\overline{CM}=3$ 이면 $\overline{CN}$의 길이는 ?

706. D는 직각 이등변 삼각형 ABC의 빗변 $\overline{BC}$의 중점이다. P는 $\overline{BC}$의 연장선상의 한 점이고, $\overline{BA}$의 연장선 위의 한 점 E에 대하여 $\overline{BE}\perp\overline{PE}$이다. $\overline{AC}$의 연장선 상의 한 점 F에 대하여 $\overline{AF}\perp\overline{PF}$일 때, $\overline{DF}\perp\overline{ED}$임을 증명하여라.

707. $\angle A=90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC의 변 $\overline{AC}$의 중점을 D라 하고, A에서 $\overline{BD}$에 수선을 그어 $\overline{BD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 한다. $\angle ADB=\angle CDF$임을 증명하여라.

708. $\triangle ABC$에서 $\angle A=90°$ 이고, 내부의 한 점 D에 대하여 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BD}$이고, $\angle ABD=30°$ 이다. $\overline{AD}=\overline{DC}$임을 증명하여라.

709. 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle ACE$, $\triangle ECD$는 정삼각형이다. H는 $\overline{AC}$위의 한 점이고, $\overline{HG}//\overline{AB}$이다. $\overline{GE}$, $\overline{DH}$의 교점을 O라 하고, $\overline{CO}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 한다. $\overline{AF}=\overline{CH}$임을 증명하여라.



710. $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle A=100°$ 이다. $\angle B$의 이등분선 $\overline{BE}$와 $\overline{AC}$의 교점이 E일 때, $\overline{BC}=\overline{AE}+\overline{BE}$임을 증명하여라.

711. $\triangle ABC$의 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하고, $\overline{AD}=\overline{AB}$, C에서 내린 수선의 발을 M이라 할 때, $AM=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})$임을 증명하여라.

712. $\triangle ABC$의 내부의 한 점 P에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N라 한다. $\angle PAC=\angle PBC$이고, D는 $\overline{AB}$의 중점일 때, $\overline{DM}=\overline{DN}$임을 증명하여라.

713. $\overline{AD}=\overline{BC}$인 $\square ABCD$에서 E, F는 각각 $\overline{CD}$, $\overline{AB}$의 중점이다. $\overline{AD}$, $\overline{EF}$의 교점을 H라 하고, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$의 교점을 G라 할 때, $\angle AHF=\angle BGF$임을 증명하여라.

714. $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B=20^\circ$ 이다. $\overline{AB}$ 위의 점 M에 대하여 $\angle MCA=60^\circ$ 이고, $\overline{BC}$위의 점 N에 대하여 $\angle NAC=50^\circ$ 일 때, $\angle NMC$를 구하여라.

715. 정삼각형 ABC의 내부의 한 점 O에 대하여 $\angle AOB=115^\circ$, $\angle BOC=125^\circ$ 이다. $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 변으로 하는 삼각형의 세 각의 크기를 구하여라.

716. $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle A=90^\circ$ 이다. $\overline{BC}$위의 두 점 D, E에 대하여 $\angle DAE=45^\circ$ 이다. $\overline{BD}+\overline{CE}>\overline{DE}$임을 증명하여라.

717. $\triangle ABC$에서 $\angle A\neq 90^\circ$, $\overline{AB}>\overline{AC}$이다. C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E, B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{AB}+\overline{CE}>\overline{AC}+\overline{BD}$임을 증명하여라.

718. $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$위의 한 점을 D, $\overline{AC}$의 연장선 위의 한 점을 E라 하고, $\overline{DE}$와 $\overline{BC}$의 교점을 G라 한다. $\overline{BD}=\overline{CE}$일 때, $\overline{DE}>\overline{BC}$임을 증명하여라.

719. D, E는 $\triangle ABC$의 변 $\overline{BC}$위의 점이고, $\overline{BD}=\overline{CE}$이다. $\overline{AB}+\overline{AC}>\overline{AD}+\overline{AE}$임을 증명하여라.

720. $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변 삼각형 ABC의 밑변 $\overline{BC}$의 중점을 D라 하고, E는 $\triangle ABD$의 내부의 임의의 점이다. $\angle AEB>\angle AEC$임을 증명하여라.

721. $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고, P는 $\triangle ABC$의 내부의 한 점이다. $\angle APB>\angle APC$일 때, $\overline{PC}>\overline{PB}$임을 증명하여라.

722. $\angle A=90^\circ$ 인 $\triangle ABC$의 꼭지점 A에서 대변에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{BC}+\overline{AD}>\overline{AB}+\overline{AC}$임을 증명하여라.

723. 예각삼각형 ABC의 내부의 한 점 O에 대하여 $\angle AOB=\angle BOC=\angle COA=120^\circ$이다. $\triangle ABC$의 내부의 임의의 점 P에 대하여 $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}\geq\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}$임을 증명하여라.

724. $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$이다. 삼각형의 바깥쪽에 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정삼각형 ABD를 그릴 때, $\overline{CD}$가 최대가 되도록 하는 $\angle ACB$의 크기를 구하여라. 또, $\overline{CD}$의 최대값을 구하여라.

725. $\triangle ABC$의 외부에 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$를 밑변으로 하고, 꼭지각이 120° 인 이등변 삼각형 $\triangle ABD$, $\triangle BCE$, $\triangle CAF$를 그린다. $\triangle DEF$는 정삼각형임을 증명하여라.

726. 선분 $\overline{BC}$위에 $\overline{BP}=\overline{CQ}$인 두 점 P, Q가 있다. 선분 밖의 한 점 A에 대하여 $\angle BAP=\angle CAQ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가 ?

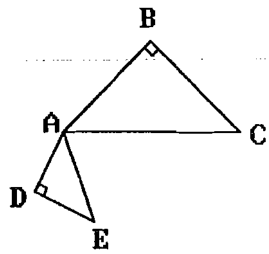
727. $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=10$, $\overline{AC}>\overline{AB}$이고, 중선 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$가 서로 수직이다. 무게중심 G에서 $\overline{BC}$까지의 거리가 3일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.

728. 정삼각형 $\overline{ABC}$의 내부의 한 점 Q에 대하여 $\overline{QA}=3$, $\overline{QB}=4$, $\overline{QC}=5$일 때, $\triangle ABC$의 변의 길이를 구하여라.

729. 두 각의 이등분선의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 증명하여라.

730. $\angle A=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC에서 E, F는 빗변 $\overline{BC}$위의 점이다. $\angle EAF=45^\circ$ 일 때, $\overline{BE}^2+\overline{CF}^2=\overline{EF}^2$임을 증명하여라.

731. 그림과 같이 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$는 직각이등변 삼각형이다. $\overline{CE}$의 중점을 M이라 할 때, $\triangle BDM$은 직각이등변삼각형임을 증명하여라.



732. 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC의 내부의 한 점을 P라 할 때, $\frac{3}{2}<PA+PB+PC<2$임을 증명하여라.

733. $\overline{A_0A_1}=1$, $\overline{A_1A_2}=2$, $\overline{A_2A_3}=3$, $\overline{A_3A_4}=4$, $\overline{A_4A_5}=5$ 이고, $\angle A_0A_1A_2=\angle A_1A_2A_3=\angle A_2A_3A_4=\angle A_3A_4A_5=60^\circ$ 이다. $\overline{A_0A_5}\perp\overline{A_3A_4}$임을 증명하여라.

734. 변의 길이가 모두 다른 예각 삼각형 ABC의 꼭지점 A에서 수선을 내리고, B에서 중선을 내리고, C에서 각의 이등분선을 내렸을 때, 세 선분에 의하여 생기는 삼각형은 정삼각형이 될 수 없음을 증명하여라.

735. $\triangle ABC$의 변 $\overline{BC}$위의 한 점 P에 대하여 $\overline{PC}=2\overline{BP}$, $\angle ABC=45^\circ$, $\angle APC=60^\circ$ 이다. $\angle C$를 구하여라.

736. 평면 위에 네 점 A, B, C, D가 있고, 그 중 어느 세 점도 일직선을 이루지 않는다. $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ACD$, $\triangle BCD$의 내각 중 어느 하나는 45° 를 넘지 않음을 증명하여라.

737. 삼각형의 수심에서 한 꼭지점까지의 거리는 외심에서 대변에 이르는 거리의 두 배임을 증명하여라.